

# Décorrélation des Images Hyperspectrales avec une Décomposition 3D en Ondelettes

Emmanuel Christophe  
TéSA  
Toulouse, France  
e.christophe@ieec.org

Corinne Mailhes  
IRIT  
Toulouse, France  
corinne.mailhes@enseeiht.fr

Pierre Duhamel  
L2S - CNRS  
Paris, France  
pierre.duhamel@lss.supelec.fr

**Abstract**—La quantité de données produite par les capteurs hyperspectraux nécessite un algorithme de compression efficace qui reste à définir. Les propriétés statistiques particulières devraient permettre d’obtenir des algorithmes de compression efficaces. Étant données ses propriétés et sa faible complexité, la transformée en ondelettes est un candidat prometteur pour la décorrélation des images hyperspectrales.

Ce papier propose une méthode pour trouver la décomposition en ondelettes optimale pour les images hyperspectrales et introduit la possibilité d’une décomposition non isotropique. La décomposition donnant le meilleur compromis débit-distortion est choisie. Cette décomposition donne de bien meilleures performances en terme de débit-distortion que la décomposition isotropique classique. L’inconvénient de cette décomposition optimale réside dans sa complexité importante. Une seconde décomposition, fixe cette fois, est définie et montre des performances quasi optimales tout en gardant une complexité faible.

## I. INTRODUCTION

Avant de définir un système de compression performant pour les images hyperspectrales, il est nécessaire de définir une extension de la transformation en ondelettes adaptée à ces images pour effectuer une bonne décorrélation avant de compresser l’image. La plupart des extensions actuelles sont basées sur des décompositions isotropiques [1], [2], or comme il a été montré dans [3], les données hyperspectrales ne sont clairement pas isotropiques. Dans le domaine de la compression vidéo, des structures anisotropiques sont utilisées avec succès [4], [5]. Cependant aucune justification théorique n’a été donnée concernant le choix de cette structure particulière et des décompositions plus efficaces pourraient exister. De toute façon le meilleur choix pour les données vidéo n’est pas nécessairement le meilleur pour les images hyperspectrales à cause des propriétés statistiques différentes.

Le problème de la recherche de la décomposition en ondelettes optimale pour signaux à une dimension a été exploré dans plusieurs publications (par exemple [6]). Pour les images naturelles 2D, les possibilités de décomposition ont souvent été restreintes à des *quadtrees* (conduisant à des sous-bandes carrées) mais ont évolué avec les décompositions anisotropiques [7]. Plusieurs critères ont été utilisés pour choisir la décomposition optimale : sélection basée sur l’entropie [8] ou sur un compromis débit distortion [9] par exemple. L’avantage principal du dernier choix est qu’il propose simultanément l’allocation de débit entre les différentes sous-bandes [10].

## II. DÉCOMPOSITION ANISOTROPIQUE 3D

Classiquement, pour les images 2D, la transformée en ondelettes est isotropique i.e. pour une sous-bande donnée, le niveau de décomposition dans la direction horizontale est le même que dans la direction verticale. Cette alternance entre décomposition des lignes et des colonnes conduit à des sous-bandes carrées (l’équivalent en 3D étant des cubes). C’est le cas de la décomposition multirésolution définie par Mallat ou de la décomposition en paquets d’ondelettes pour les images [11].

Le terme anisotropique est plus général que l’utilisation courante du terme *paquets d’ondelettes*. Dans la plupart des cas, le terme *paquets d’ondelettes* désigne une transformation en *quadtree* conduisant à des sous-bandes carrées. Cette utilisation est justifiée par le fait que les images 2D classiques ont des propriétés statistiques similaires dans toutes les directions.

On note  $W_{i,j,k}^{p,q,r}$  une sous-bande de la décomposition 3D en ondelettes (Fig. 1) :

- $i, j, k$  étant le niveau de décomposition selon, respectivement, les lignes, les colonnes et les spectres (déterminant la taille de la sous-bande).
- $p, q, r$  étant respectivement l’index de ligne, de colonne et de spectre.

Une relation peut être définie au niveau des espaces vectoriels des sous-bandes. Pour une décomposition selon les lignes, l’espace des ondelettes anisotropiques vérifie

$$W_{i,j,k}^{p,q,r} = W_{i+1,j,k}^{2p,q,r} \oplus W_{i+1,j,k}^{2p+1,q,r} \quad (1)$$

où  $\oplus$  est la somme directe de deux espaces vectoriels.

Pour une décomposition selon les colonnes, on a

$$W_{i,j,k}^{p,q,r} = W_{i,j+1,k}^{p,2q,r} \oplus W_{i,j+1,k}^{p,2q+1,r}. \quad (2)$$

et selon les spectres

$$W_{i,j,k}^{p,q,r} = W_{i,j,k+1}^{p,q,2r} \oplus W_{i,j,k+1}^{p,q,2r+1}. \quad (3)$$

À chaque étape de la décomposition, pour toutes les sous-bandes, il est possible de choisir la direction de la décomposition ce qui accroît la flexibilité de l’espace des décompositions. La décomposition multirésolution et les décompositions en paquets d’ondelettes sont toutes deux des cas particuliers de cette représentation.

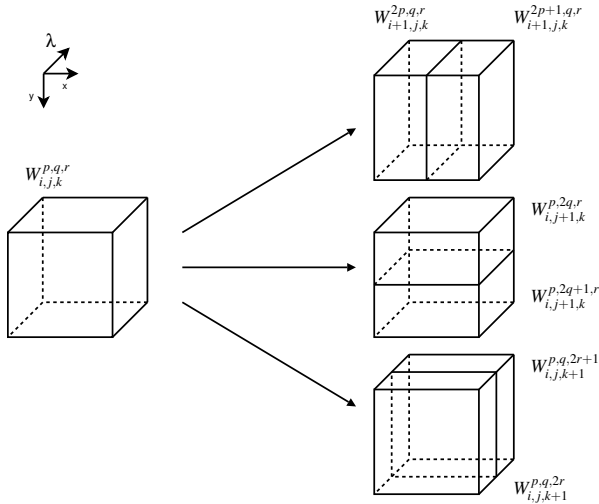


Fig. 1. Décomposition anisotrope et notations.

### III. OPTIMISATION DÉBIT-DISTORTION

#### A. Le problème d'allocation

Le problème de l'allocation de débit, i.e. la distribution du budget de bits entre chaque sous-bande est un problème classique en compression de données. Shoham et Gersho ont traité le problème dans le cadre de la théorie débit-distortion [10]. Leur solution consiste à minimiser la distortion sous une contrainte de débit en utilisant la méthode du lagrangien.

Dans le contexte de la décomposition en ondelettes, différentes valeurs de quantificateurs peuvent être utilisées pour les différentes sous-bandes. On appelle  $S$  l'ensemble fini des combinaisons de quantificateur pour les sous-bandes et  $B$  un élément de  $S$ . Un choix de  $B$  indiquera le quantificateur utilisé pour chacune des sous-bandes de la décomposition. Le problème est de minimiser la distortion  $D(B)$  sous la contrainte de débit total  $R(B)$  dans le budget total  $R_c$  :

$$\min_{B \in S} \{D(B)\} \text{ sous } R(B) \leq R_c. \quad (4)$$

En utilisant la méthode du lagrangien, on transforme cette minimisation sous contrainte en minimisation d'une fonction de coût  $J$  sans contrainte mais avec un paramètre  $\lambda_J$

$$J(\lambda_J) = D + \lambda_J R. \quad (5)$$

Sous une hypothèse de codage indépendant des différentes sous-bandes et d'additivité pour les mesures de distortion et de débit, on montre que l'optimal global est atteint lorsque toutes les sous-bandes sont à un même point de fonctionnement  $\lambda_J$  pour leur courbe débit-distortion. Le problème devient alors :

$$\min \{D_k + \lambda_J R_k\} \text{ pour chaque sous-bande } k. \quad (6)$$

La preuve de l'équivalence entre le problème sous contrainte et le problème sans contrainte est simple et peut être trouvée dans [10].

#### B. Algorithme

Un algorithme est défini pour trouver la meilleure décomposition en même temps que le point de fonctionnement optimal. Pour une sous-bande donnée, l'algorithme calcule les différents points de fonctionnement correspondant à différents quantificateurs ce qui permet d'avoir la courbe débit-distortion pour la sous-bande courante. Pour un quantificateur donné  $q$ , la distortion  $D_k^q$  est calculée en utilisant l'erreur quadratique pour avoir la propriété d'additivité des distortions entre les sous-bandes, nécessaire pour satisfaire (6). Il est à noter qu'en toute rigueur, la propriété d'additivité n'est valable que dans le cas d'ondelettes orthogonales, cependant l'ondelette 9/7 utilisée ici est quasi-orthogonale.

Le débit  $R_k^q$  pour chaque sous-bande est évalué en utilisant le codeur arithmétique défini dans [12]. Le choix du codeur n'est pas critique ici. Ce sont les positions relatives des différents choix possibles qui sont importantes, pas leurs performances absolues. Des simulations avec d'autres mesures de débits (entropie des coefficients des sous-bandes ou combinaison de *run length coding* et de codage de Rice) conduisent à des résultats similaires. Le fait que les sous-bandes sont codées de manière indépendante est une supposition implicite ici.

La courbe débit-distortion est calculée pour les 3 décompositions suivantes possibles (correspondant aux 3 directions). Une représentation illustrée sur la figure 2 est obtenue. Pour chaque valeur de  $\lambda_J$ , la fonction de coût  $J$  est calculée pour chacun des points de la courbe débit-distortion. La décision de poursuivre ou non la décomposition est prise selon le coût le plus faible.

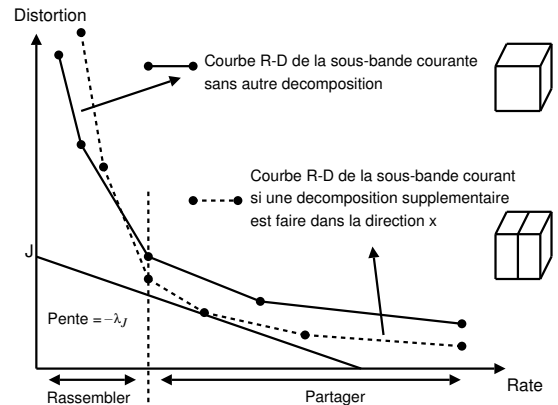


Fig. 2. Illustration de la décision de poursuivre ou non la décomposition. Pour plus de clarté, uniquement deux courbes débit-distortion (sur les 4) sont représentées. Avec le  $\lambda_J$  sur la figure, la décision de poursuivre la décomposition selon la direction  $x$  sera prise.

La recherche, de type *bottom-up*, est basée sur une fonction récursive et sur la propriété d'additivité de la fonction de coût  $J$ . On note  $O_{i,j,k}^{p,q,r}$  la meilleure base de  $W_{i,j,k}^{p,q,r}$ . Soit  $\mathcal{B}_{i,j,k}^{p,q,r}$  la base de  $W_{i,j,k}^{p,q,r}$  sans aucune transformation. On a alors une fonction de coût pour une base de représentation,  $J(\lambda_J, \mathcal{B}) = \min\{D + \lambda_J R\}$  :  $R$  et  $D$  étant les points de fonctionnement de la sous-bande représentée sur la base  $\mathcal{B}$ .

$J$  est une fonction de coût additive : pour deux bases orthogonales  $\mathcal{B}^1$  et  $\mathcal{B}^2$ , on a

$$J(\lambda_J, \mathcal{B}^1 \cup \mathcal{B}^2) = J(\lambda_J, \mathcal{B}^1) + J(\lambda_J, \mathcal{B}^2) \quad (7)$$

en utilisant les propriétés d'additivité des débits et des distortions.

*Proposition 1 (Cas 1D : Coifman, Wickerhauser):* Si  $J$  est une fonction additive de coût alors

$$O_i^p = \begin{cases} O_{2i}^{p+1} \cup O_{2i+1}^{p+1} & \text{si } J(\lambda_J, O_{i+1}^{2p}) + J(\lambda_J, O_{i+1}^{2p+1}) < J(\lambda_J, \mathcal{B}_i^p) \\ \mathcal{B}_i^p & \text{si } J(\lambda_J, O_{i+1}^{2p}) + J(\lambda_J, O_{i+1}^{2p+1}) \geq J(\lambda_J, \mathcal{B}_i^p) \end{cases} \quad (8)$$

*Preuve:* La meilleure base  $O_i^p$  est soit égale à  $\mathcal{B}_i^p$  ou à l'union  $\mathcal{B}^0 \cup \mathcal{B}^1$  des bases de  $W_{i+1}^{2p}$  et  $W_{i+1}^{2p+1}$  respectivement. Dans ce dernier cas, la propriété d'additivité (Eq. 7) implique que le coût sur  $O_i^p$  est minimum si  $\mathcal{B}^0$  et  $\mathcal{B}^1$  minimisent le coût sur  $W_{i+1}^{2p}$  et  $W_{i+1}^{2p+1}$ . On a donc  $\mathcal{B}^0 = O_{i+1}^{2p}$  et  $\mathcal{B}^1 = O_{i+1}^{2p+1}$ . Cela montre que  $O_i^p$  est soit  $\mathcal{B}_i^p$ , soit  $O_{i+1}^{2p} \cup O_{i+1}^{2p+1}$ . La meilleure base est choisie en comparant le coût des deux possibilités. ■

Ce théorème, formulé à une dimension, peut être étendu au cas à 3 dimensions. A chaque étape on a alors 4 possibilités pour la meilleure base :

*Proposition 2 (Extension à 3 dimensions):* Si  $J$  est une fonction additive de coût alors

$$O_{i,j,k}^{p,q,r} = \begin{cases} O_{i+1,j,k}^{2p,q,r} \cup O_{i+1,j,k}^{2p+1,q,r} & \text{si } J_1 = \min\{J_0, J_1, J_2, J_3\} \\ O_{i,j+1,k}^{p,2q,r} \cup O_{i,j+1,k}^{p,2q+1,r} & \text{si } J_2 = \min\{J_0, J_1, J_2, J_3\} \\ O_{i,j,k+1}^{p,q,2r} \cup O_{i,j,k+1}^{p,q,2r+1} & \text{si } J_3 = \min\{J_0, J_1, J_2, J_3\} \\ \mathcal{B}_{i,j,k}^{p,q,r} & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

En notant

$$\begin{aligned} J_1 &= J(\lambda_J, O_{i+1,j,k}^{2p,q,r}) + J(\lambda_J, O_{i+1,j,k}^{2p+1,q,r}) \\ J_2 &= J(\lambda_J, O_{i,j+1,k}^{p,2q,r}) + J(\lambda_J, O_{i,j+1,k}^{p,2q+1,r}) \\ J_3 &= J(\lambda_J, O_{i,j,k+1}^{p,q,2r}) + J(\lambda_J, O_{i,j,k+1}^{p,q,2r+1}) \\ J_0 &= J(\lambda_J, \mathcal{B}_{i,j,k}^{p,q,r}) \end{aligned}$$

En pratique, l'algorithme est développé de manière récursive. On note  $J_0$  le coût de la sous-bande courante sans réaliser de décomposition supplémentaire. Les coûts  $J_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$  sont les coûts correspondant à une poursuite de la décomposition de la sous-bande courante respectivement selon les directions  $x$ ,  $y$  ou  $\lambda$  (Fig. 1). Les coûts  $J_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$  sont calculés par un appel récursif à la fonction de calcul.

*Algorithme 1:* – Fonction récursive :  $\text{cost}(W_{i,j,k}^{p,q,r}, \lambda_J)$

- calcul du coût  $J_0 = J(\lambda_J, \mathcal{B}_{i,j,k}^{p,q,r})$  par l'algorithme de Shoham et Gersho
- calcul du coût  $J_1$ 
  - si la taille minimum n'est pas atteinte selon  $x$  :  $J_1 = \text{cost}(W_{i+1,j,k}^{2p,q,r}, \lambda_J) + \text{cost}(W_{i+1,j,k}^{2p+1,q,r}, \lambda_J)$  par appels récursifs.
  - sinon  $J_1 = \infty$
- calcul du coût  $J_2$  : similaire à  $J_1$
- calcul du coût  $J_3$  : similaire à  $J_1$
- retourne la valeur  $\min\{J_0, J_1, J_2, J_3\}$
- Fonction globale

- Pour chaque  $\lambda_J$  : appel de  $\text{cost}(W_{0,0,0}^{0,0,0}, \lambda_J)$
- Courbe R-D complète pour l'image

Cet algorithme conduit à une décomposition optimale *différente pour chaque image et pour chaque débit visé*. Il est à noter que grâce à l'utilisation de la récursivité dans l'algorithme, les points de fonctionnement seront d'abord calculés pour les sous-bandes les plus petites et ensuite l'algorithme rassemblera ces valeurs pour prendre la décision de partager ou non la sous-bande. Cette recherche est exhaustive et ne conduit en aucun cas à un minimum local.

Cette recherche est similaire dans l'idée à ce qui est fait par Ramchandran dans [9] avec une extension à un espace 3D anisotropique.

#### IV. DECOMPOSITION OPTIMALE

Les résultats présentés sur la figure 5 montrent que la décomposition anisotropique optimale amène une amélioration claire en terme de débit-distortion. Ces résultats sont confirmés sur diverses images hyperspectrales. L'amélioration est d'environ 8 dB en terme de PSNR par rapport à une décomposition isotropique classique. Si la comparaison est faite en terme de contrainte de qualité, par exemple un PSNR supérieur à 70 dB, le débit nécessaire passe de 1 bit par pixel par bande (bpppb) à 0.5 bpppb, soit une réduction d'un facteur 2. L'importance de cette amélioration par rapport aux images classiques est due à la nature anisotropique des images hyperspectrales.

#### V. DECOMPOSITION FIXÉE

Il y a deux inconvénients principaux à cette décomposition :

- Le coût calculatoire de la recherche de cette décomposition optimale,
- La dépendance par rapport à l'image et au débit.

Le coût calculatoire de la méthode est important. Par exemple, la recherche de la décomposition optimale sur un cube hyperspectral de dimension  $256 \times 256 \times 224$  avec une taille minimale de sous-bande de  $8 \times 8 \times 7$  (un maximum de 5 niveaux de décomposition) nécessite de calculer la courbe débit-distortion totale pour 250047 sous-bandes. Cette valeur est obtenue en calculant les combinaisons de toutes les tailles de sous-bandes possibles dans les trois directions : pour une direction, on a  $2^0 + 2^1 + \dots + 2^5 = 63$  tailles possibles, en combinant dans les 3 dimensions, on a  $63^3 = 250047$  sous-bandes possibles. La dépendance de la décomposition par rapport à l'image et au débit pose des problèmes en terme d'implémentation de la transformation. En général, on préfère des transformations indépendantes des données.

Le but est donc de trouver une décomposition suffisamment proche de la décomposition optimale pour donner des performances presque optimales, tout en conservant une forme assez générale qui lui permette de rester valable pour une grande variété d'images. Après avoir regardé la structure de la décomposition optimale pour différentes images à différents débits, il apparaît qu'il existe une décomposition régulière proche dans beaucoup de cas. Cette décomposition régulière consiste à appliquer une décomposition multirésolution standard sur les spectres suivie d'une décomposition multirésolution 2D sur les images résultantes (l'ordre des opérations étant réversible).

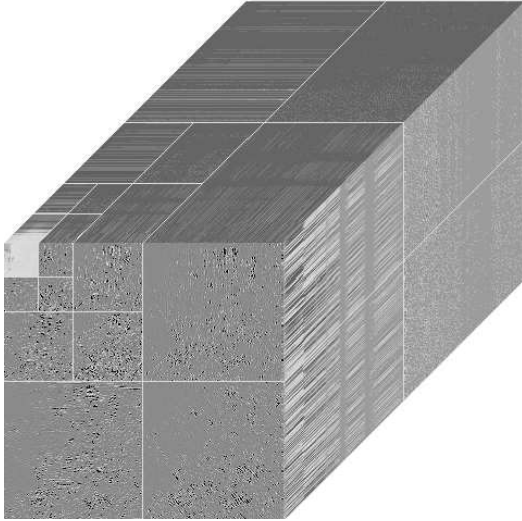


Fig. 3. Coefficients de la décomposition isotropique classique sur une image hyperspectrale. Il reste une corrélation importante entre les coefficients dans les basses fréquences spectrales et spatiales (lignes de coefficients consécutifs de valeur similaire)

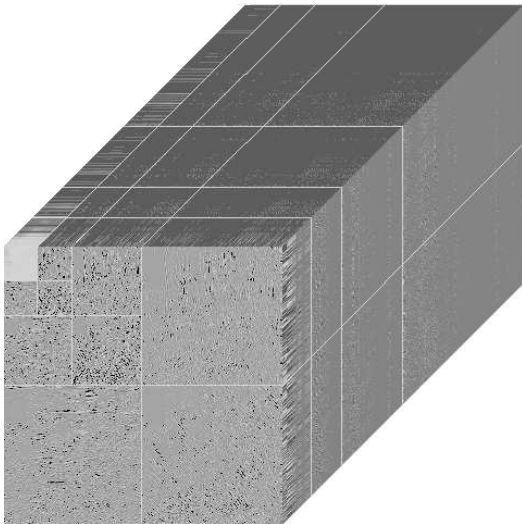


Fig. 4. Coefficients de la décomposition anisotropique classique sur une image hyperspectrale. La corrélation qu'on pouvait voir dans le cas isotropique a été fortement réduite.

La décomposition obtenue est présentée sur la figure 4. Cette décomposition est comparée à la décomposition isotropique classique (figure 3), les coefficients en gris représentent les valeurs proches de 0, les coefficients en blanc sont les coefficients positifs tandis qu'en noir sont les coefficients négatifs. Comme on peut le voir sur la figure 5, cette décomposition fixe est presque aussi performante que la décomposition optimale.

## VI. CONCLUSION

Dans cet article, nous proposons une décomposition en ondelettes non isotropique pour la compression d'images hyperspectrales. Ce type de décomposition amène en moyenne une augmentation du PSNR de l'ordre de 8 dB par rapport à une décomposition classique isotropique, pour des taux de compression identiques, ou pour un même PSNR, la réduction

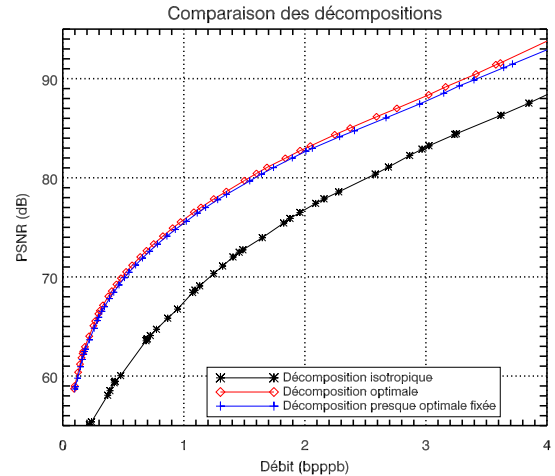


Fig. 5. Résultats sur des données hyperspectrales, la décomposition anisotropique optimale améliore clairement les performances. La décomposition anisotropique fixe permet d'obtenir des performances proches de l'optimal tout en gardant une complexité raisonnable.

du débit de 1bpppb à 0.5 bpppb. La suite de l'étude nous permettra d'étudier un codage efficace des coefficients d'ondelettes à base de SPIHT.

## VII. REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué avec le support du *Centre National d'Études Spatiales* (CNES), de l'*Office National d'Études et de Recherches Aéronautiques* (ONERA) et de *Alcatel Alénia Space*.

## REFERENCES

- [1] Xiaoli Tang, William A. Pearlman, and James W. Modestino, "Hyperspectral image compression using three-dimensional wavelet coding," in *Image and Video Communications and Processing*. SPIE, January 2003, vol. 5022, pp. 1037–1047.
- [2] H. Kim and C. Choe, Jand Lee, "Fast implementation of 3-D SPIHT using tree information matrix," in *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS'03*. IEEE, July 2003, vol. 6, pp. 3586–3588.
- [3] Emmanuel Christophe, Dominique Léger, and Corinne Mailhes, "Quality criteria benchmark for hyperspectral imagery," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 43, no. 09, pp. 2103–2114, September 2005.
- [4] Chao He, Jianyu Dong, and Yuan F. Zheng, "Optimal 3-D coefficient tree structure for 3-D wavelet video coding," *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 13, no. 10, pp. 961–972, 2003.
- [5] Sungdae Cho and William A. Pearlman, "Error resilient video coding with improved 3-D SPIHT and error concealment," in *Image and Video Communications and Processing*, SPIE, Ed., January 2003, vol. 5022, pp. 125–136.
- [6] Ronald R. Coifman, Yves Meyer, Steven Quake, and M. Victor Wickerhauser, "Signal processing and compression with wavelet packets," Tech. Rep., Numerical Algorithms Research Group, Yale University, New Haven, 1990.
- [7] D. Xu and M. N. Do, "Anisotropic 2D wavelet packets and rectangular tiling : theory and algorithms," in *Wavelets : Applications in Signal and Image Processing X*. SPIE, Nov 2003, vol. 5207, pp. 619–630.
- [8] Ronald R. Coifman and Mladen Victor Wickerhauser, "Entropy-based algorithms for best basis selection," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 38, no. 2, pp. 713–718, Mar. 1992.
- [9] Kannan Ramchandran and Martin Vetterli, "Best wavelet packet bases in a rate-distortion sense," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 2, no. 2, pp. 160–175, April 1993.
- [10] Yair Shoham and Allen Gersho, "Efficient bit allocation for an arbitrary set of quantizers," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 36, no. 9, pp. 1445–1453, September 1988.
- [11] Stéphane Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, no. 7, pp. 674–693, July 1989.
- [12] Alistair Moffat, Radford Neal, and Ian H. Witten, "Arithmetic coding revisited," *ACM Transactions on Information Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 256–294, 1998.